姓名：王博奕

系級：財金四

學號：B07302230

**Homework 9**

**Question 1**

1. What is the original yield to maturity?

YTM為到期收益率，也就是購買債券的IRR。假設本題為平價發行的債券，我們可以畫出以下表格呈現債券的現金流，並且使用IRR的公式得到5%。由於當初假設的平價發行，因此剛好等於coupon rate。



▲　Calculation of YTM (Unit: M)

1. What is the yield to call?

由於有些債券可以贖回，因此多一個YTC指標來衡量收益。實際概念仍與YTM很像，差別在算實際現金流的情形來推算。



▲　Calculation of YTC (Unit: M)

1. Assuming no issuing cost, what is the highest market rate that the firm should buy back the bond?

由於要找一個最高的market rate來買回，因此要**使用Excel中的Goal Seek即可達到目標**，也就是讓最後一列的Price=105，結果如下圖。可以發現在三年後，當issue cost為0時，只要market rate達到4.162%時就該贖回。另外再多加一個比較，當issue cost為2時，market rate則要達到3.841%才該贖回。這結果也合理，因為發行多額外成本，因此要有更低的利率才能cover發行成本。



▲　Calculation of highest market rate that the firm should buy back

1. Please complete the following table for the lender's cost of capital

本題要以lender的角度出發，因此在第三年時由於債券發行者決定提早收回債券，因此在第三年就有110的現金流，值得注意的是這裡第3年的10是等於110+**issue cost**-100。在接下來的年之後考慮到預期以外突然得到的100元可以拿去市場賺錢，所以固定每年的CF會是100\*market rate。而最後一期再加回來原本預計那時候要拿到的100元。



▲　先假設一組issue cost和market rate方便進行敏感性分析

有了2.499%即可利用data table來算出各種情形，但要注意說超過5%就將應該為5%，否則就繼續持有債券就好。



▲　敏感性分析結果

**Question 2**

1. Calculate duration.

在計算Duration前，我們必須先找到債券的Par Value。題目一開始沒有提供，但有提供債券價格，因此我們可以從此來推算。**運用的方式是使用EXCEL的goal seek**：起初的Par Value先設100，再來計算假設Par Value是100的話債券價格是多少，最後再用Goal Seek，最後即可得到Par Value。



▲　Calculation of Par Value

Duration的分母是每期Cash Flow (CF)的NPV，其中rate是Market yield (9%)，而分子則是每期CF再乘上時間做為weight，再換成NPV。在此我再多算Modified Duration方便算下一題，結果如下：



▲　Calculation of duration

1. Use duration calculated at a to estimate the bond price when market interest rate changes 10 basis points and -10 basis points.

根據Modified Duration的定義，本題只要將原本的Price再乘上即可得到答案，而結果如下。分析下表可以發現**隨著market yield上升時Price將下降**。



▲　Market interest rate changes

1. Use bond pricing model to calculate the actual bond price when market interest rate changes 10 basis points and -10 basis points. Compare results of b and c.

，因此我們可使用excel中NPV的公式來計算債券價格，結果如下。分析下表可以發現**隨著market yield的上升債券價格會下降**。另外，也可以發現這結果與b小題略不一樣，原因是因為用Modified Duration計算的方式是**近似值，面對越大的利率變化將使這估計越不准。**



▲　Calculation of bond price

1. Run sensitivity analysis of market yields on duration.

本題使用Data-table即可完成sensitivity analysis of market yields on duration。

▲　敏感性分析表格（僅擷取一半作為展示）與圖表結果

**Question 3**

若要完成Exact matching program，需要讓每期現金的inflow足夠去償還每期的liabilty。以下是下表會用到的代號：

1. L(t) as the liabilities at time t
2. C(t,i) as the cash flows in period t from bond i
3. P(i) as the price of bond i
4. N(i) as the number of bond i purchased.

那在知道每期inflow足夠cover liability後，我們把這關係寫成數學式：。同時，我們希望能用最少的成本來達到這個目標，意即：。有了各個關係式後我們就能使用Solver來達成我們的目標，下表即為運算結果。



▲　Result of SOLVER